

Johannes Keplers Weltgeheimnis



Johannes Kepler, geboren 1571 im württembergischen Weil der Stadt und gestorben 1630 in Regensburg, gilt zurecht als der größte Astronom der Neuzeit. Seinem unermüdlichen Forscherdrang verdanken wir die Kenntnis jener Gesetze, mit denen sich die Bewegungen, Geschwindigkeiten, Positionen und Abstände der Himmelskörper berechnen lassen¹.

Eigentlich hatte Kepler Theologe werden wollen, aber seine Professoren in Tübingen hatten seine große Begabung in den mathematischen und astronomischen Fächern erkannt und ihn als Mathematiklehrer und Kalendermacher an die habsburgische Residenzstadt Graz empfohlen.

Johannes Kepler war ein überzeugter Anhänger des neuen kopernikanischen Weltbildes, das nicht mehr die Erde im Zentrum des Weltalls sah, sondern die Sonne, die von den Planeten umkreist wird. Sein ganzes Leben lang war sein astronomisches und theologisches Interesse der Suche nach den Gesetzen gewidmet, die Gott, der große Weltenbaumeister, den Bewegungen im Kosmos zu Grunde gelegt hatte.

Sein erster Versuch, die Abstände der Planeten von der Sonne durch ein mathematisch-geometrisches Gesetz zu erklären, geht auf eine Idee zurück, die ihm am 9. Juli 1595 während einer Unterrichtsstunde kam, als er an der Tafel geometrische Zeichnungen erläuterte, und die den erst 25 Jahre alten Magister schlagartig in der wissenschaftlichen Welt Europas berühmt machen und den Verlauf seines weiteren Lebens bestimmen sollte.

Seine Ausgangsfrage war: **Warum sind die Abstände zwischen den Planetenbahnen so wie sie sind und nicht größer oder kleiner?**

Er fand darauf diese Antwort: Es gibt sechs Planeten², nämlich (von innen nach außen) Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn, und fünf unterschiedliche Abstände zwischen den sechs kreisförmigen³ Planetenbahnen. Nun gibt es aber in der Geometrie auch genau nur fünf Platonische Körper. Fügt man sie in einer bestimmten Reihenfolge sozusagen als Abstandshalter zwischen die Planetenbahnen, ergeben sich Planetenabstände zur Sonne, die erstaunlich genau in der Nähe der damals bekannten Größenverhältnisse lagen.

Die geometrischen Raumgebilde, die wir als **Platonische Körper** bezeichnen, sind schon seit

dem griechischen Altertum bekannt. Ihre besondere Grundeigenschaft besteht darin, dass sie nur aus Vielecken bestehen, deren Seiten gleich lang sind, nämlich gleichseitigen **Dreiecken**, gleichseitigen **Vierecken** (Quadraten) oder gleichseitigen **Fünfecken**.

Aus **4 gleichseitigen Dreiecken** lässt sich ein **Tetraeder** (griechisch: „Vierflächner“) bilden. Bei ihm treffen in jedem Eck 3 Dreiecksspitzen aufeinander. Aus **8 gleichseitigen Dreiecken** lässt sich ein **Oktaeder** („Achtflächner“) bilden, bei dem sich in jeder Ecke 4 Dreiecksspitzen vereinigen. Und **20 gleichseitige Dreiecke** können ein **Ikosaeder** („Zwanzigflächner“) bilden, an dessen Ecken jeweils 5 Dreiecksspitzen zusammenkommen. Körper aus noch mehr gleichseitigen Dreiecken sind nicht möglich, denn wo 6 Dreiecksspitzen aufeinander treffen, kann sich keine räumliche Ecke mehr bilden: Sie liegen in einer Ebene, wovon man sich sehr leicht überzeugen kann, wenn man ein gleichseitiges Sechseck (Bienenwabe) zeichnet und es durch diagonale Striche in 6 gleichseitige Dreiecke aufteilt.

Aus **gleichseitigen Vierecken (Quadraten)** lässt sich nur ein einziger Körper bilden: Der **Würfel** (griechisch: **Hexaeder**, „Sechsfächner“), bei dem immer 3 der insgesamt 6 Quadrate in einer Ecke zusammenlaufen. Wären es mehr Quadrate, müssten mehr als 3 an den Ecken aufeinander treffen, und die lägen dann wieder in der Ebene und könnten keinen Körper bilden.

Auch aus **gleichseitigen Fünfecken** ist nur ein Körper möglich: Das **Dodekaeder** aus 12 Fünfecken, das deshalb auch **Pentagon-Dodekaeder** genannt wird („Fünfeck-Zwölfblächner“) und bei dem jeweils 3 Fünfecke eine Ecke bilden. Mehr als 3 Fünfecke können sich gar nicht an einem Eck treffen, dafür sind die Winkel der Fünfecke zu groß.

Der griechische Philosoph Platon (ca. 428–348 v. Chr.), dessen Namen sie heute tragen, beschreibt diese Körper in seinem Werk *Timaios* und nennt sie auch „Kosmische Körper“, indem er ihnen die Elemente zuweist, aus denen sich nach antiker Auffassung die Welt aufbaut:

Feuer: Tetraeder - **Wasser:** Ikosaeder - **Luft:** Oktaeder - **Erde:** Würfel - **Quintessenz** oder **Äther**, aus dem alle anderen Elemente entstanden sind: Dodekaeder.

Und so sieht der Grundgedanke von Keplers Idee im Einzelnen aus:

Zu jedem dieser 5 Körper kann man zwei genau definierte Kugeln bestimmen: Eine sogenannte **Umkugel**, in die der Körper exakt hineinpasst, so dass seine Ecken die Kugel berühren, und eine sogenannte **Inkugel**, die genau in den Körper hinein passt, so dass sie die Mitten der Flächen berührt, aus denen der Körper gebildet ist.

Johannes Keplers geniale Idee bestand nun darin, die 5 Platonischen Körper in einer ganz bestimmten Reihenfolge so ineinander zu schachteln, dass immer die Umkugel eines Körpers genau so groß ist wie die Inkugel des nächst größeren Körpers. So ergeben sich genau definierte Größen- und Abstandsverhältnisse der 5 Platonischen Körper wie auch der 6 ihnen ein- und umgeschriebenen Kugeln. Denkt man sich nun die Bahnen der Planeten auf diesen Kugeln verlaufend, erhält man ihre Größenverhältnisse und damit die Abstände zueinander.

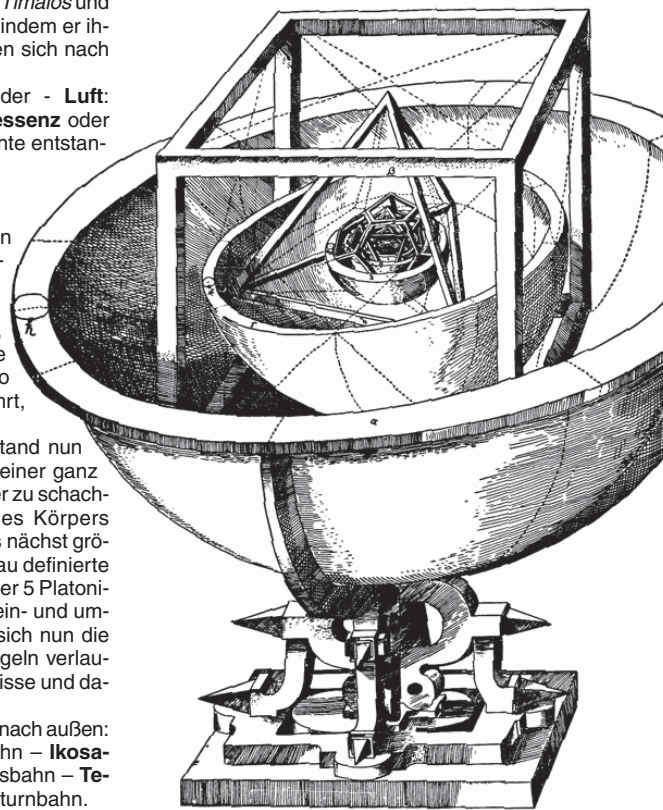
Und das ist die Reihenfolge von innen nach außen: Merkurbahn – **Oktaeder** – Venusbahn – **Ikosaeder** Erdbahn – **Dodekaeder** – Marsbahn – **Tetraeder** – Jupiterbahn – **Würfel** – Saturnbahn.

Da bekannt war, dass sich die Planeten leicht exzentrisch bewegen und ihr Abstand zur Sonne deshalb während eines Umlaufs zu- und wieder abnimmt⁴, gab Kepler den Kugelschalen eine Dicke, die dem Schwankungsbereich entsprach.

Kepler nannte seine Entdeckung **„Mysterium Cosmographicum“** (lateinisch: „Weltgeheimnis“) und fügte seinem 1596 erschienenen Buch den berühmten Stich bei, der das Planetensystem als Modell darstellt (Abb. unten rechts). Es wurde zu seinen Lebzeiten nie ausgeführt, erst in unserer Zeit kann man im Deutschen Museum in München und in Keplers Geburtshaus in Weil der Stadt das Weltgeheimnis als Modell sehen.

Als Kepler später die nach ihm benannten Planetengesetze fand, die von elliptischen und nicht kreisförmigen Bahnen ausgingen und z. T. deutlich abweichende Bahngrößen ergaben, hielt er dennoch bis an sein Lebensende an der Grundidee eines auf den geometrischen Proportionen der Platonischen Körper gegründeten Weltenbauplanes fest. Das ergibt sich sowohl aus Texten seiner Alterswerke und auch darauf, dass er sein „Mysterium Cosmographicum“ nie verworfen hat, im Gegenteil, er ließ es im Jahre 1621 sogar noch einmal neu drucken. Man täte ihm also Unrecht, wollte man ihm diesen jugendlichen Geniestreich als einen Irrweg unterstellen, denn er war nichts weniger als der erste, große Schritt zu den Erkenntnissen hin, auf denen die ganze neuzeitliche Astronomie aufbaut.

Das AstroMedia* Modell unterscheidet sich konstruktionsbedingt in einigen wenigen Punkten vom Originalstich von 1596: Die Kugelschalen zwischen den Platonischen Körpern sind nur durch Kreislinien angedeutet, damit das Modell durchsichtig bleibt, die Planetenbahnen sind nicht ganz so breit ausgeführt wie bei Kepler, und die Größe des Modells ist so gehalten, dass es im Bücherregal oder auf dem Schreibtisch Platz findet.



© Klaus Hünig, AstroMedia*

¹ Die drei Keplerschen Gesetze lauten: 1. Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. 2. Die Verbindungslinie Sonne-Planet bestreicht in gleichen Zeitabschnitten gleiche Flächen (d.h. je kürzer diese Verbindungslinie, desto schneller die Planetenbewegung). 3. Die Quadrate (2. Potenz, „hoch zwei“) der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander wie die Kuben (3. Potenz, „hoch drei“) der großen Halbachsen ihrer Ellipsen.

² Das entspricht dem damaligen Wissenstand. Uranus wurde erst 1781 entdeckt, Neptun 1846 und Pluto 1930.

³ Die Ellipsenform der Planetenbahnen entdeckte Kepler erst 12 Jahre später, das hinderte ihn aber nicht, an der grundsätzlichen Richtigkeit des „Weltgeheimnisses“ festzuhalten.

⁴ Das wurde dann später mit der Ellipsenform erklärbar.